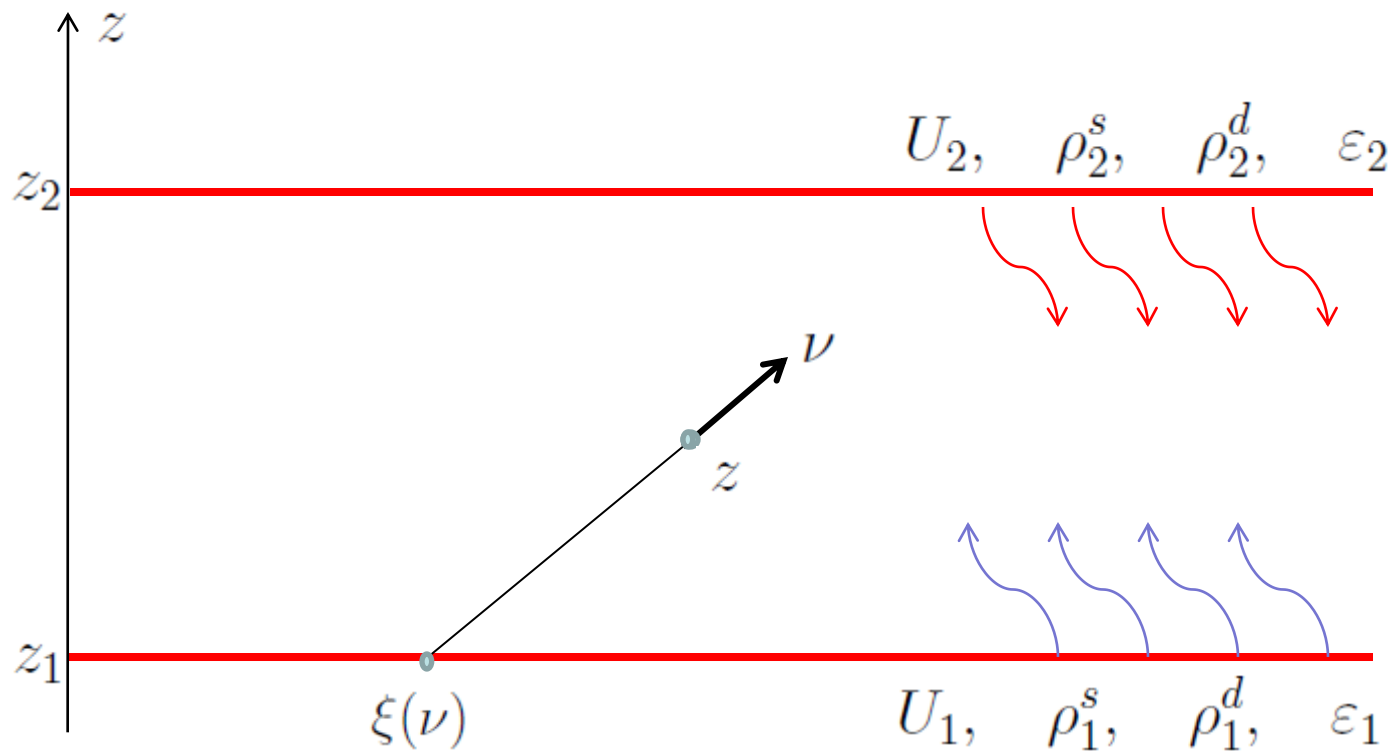


**Использование параллельных вычислений  
в задаче радиационно-кондуктивного теплообмена**

**А.Е. Ковтанюк**

*Институт прикладной математики ДВО РАН,  
Дальневосточный федеральный университет,  
НОЦ СКТ Дальний Восток*



$$X = (z_1, z_2) \times \{[-1, 0) \cup (0, 1]\}$$

**Уравнение радиационного переноса тепла:**

$$\nu I_z(z, \nu) + I(z, \nu) = \frac{\lambda}{2} \int_{-1}^1 p(\nu, \nu') I(z, \nu') d\nu' + (1 - \lambda) \Theta^4(z), \quad (1)$$

$$I(z_i, \nu) = h(z_i) + (BI)(z_i, \nu), \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

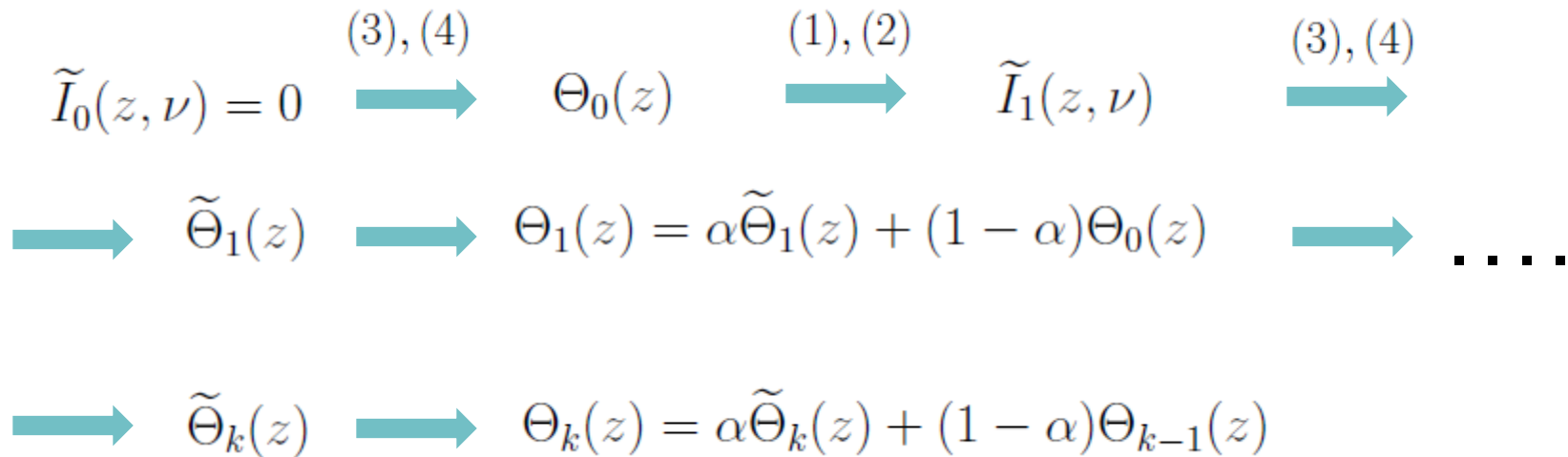
$$h(z_i) = \varepsilon_i U_i^4, \quad (BI)(z_i, \nu) = \rho_i^s f(z_i, -\nu) + 2\rho_i^d \int_0^1 I(z_i, -\text{sgn}(\nu)\nu) \nu d\nu.$$

**Уравнение кондуктивного переноса тепла:**

$$\Theta''(z) = \frac{1}{2N_c} \left( \int_{-1}^1 I(z, \nu) \nu d\nu \right)' \quad (3)$$

$$\Theta(z_1) = U_1, \quad \Theta(z_2) = U_2. \quad (4)$$

## Итерационная процедура



(1),(2) - Задача радиационного переноса тепла

(3),(4) - Задача кондуктивного переноса тепла

$$(TI)(z, \nu) = (BI)(\xi(\nu), \nu) \exp\left(-\frac{z - \xi(\nu)}{\nu}\right) + (ASI)(z, \nu),$$

$$(A\varphi)(z, \nu) = \frac{1}{\nu} \int_{\xi(\nu)}^z \exp\left(-\frac{z - z'}{\nu}\right) \varphi(z', \nu) dz',$$

$$(S\varphi)(z, \nu) = \frac{\lambda}{2} \int_{-1}^1 p(\nu, \nu') \varphi(z, \nu') d\nu'$$

## Разрешимость задачи (1),(2):

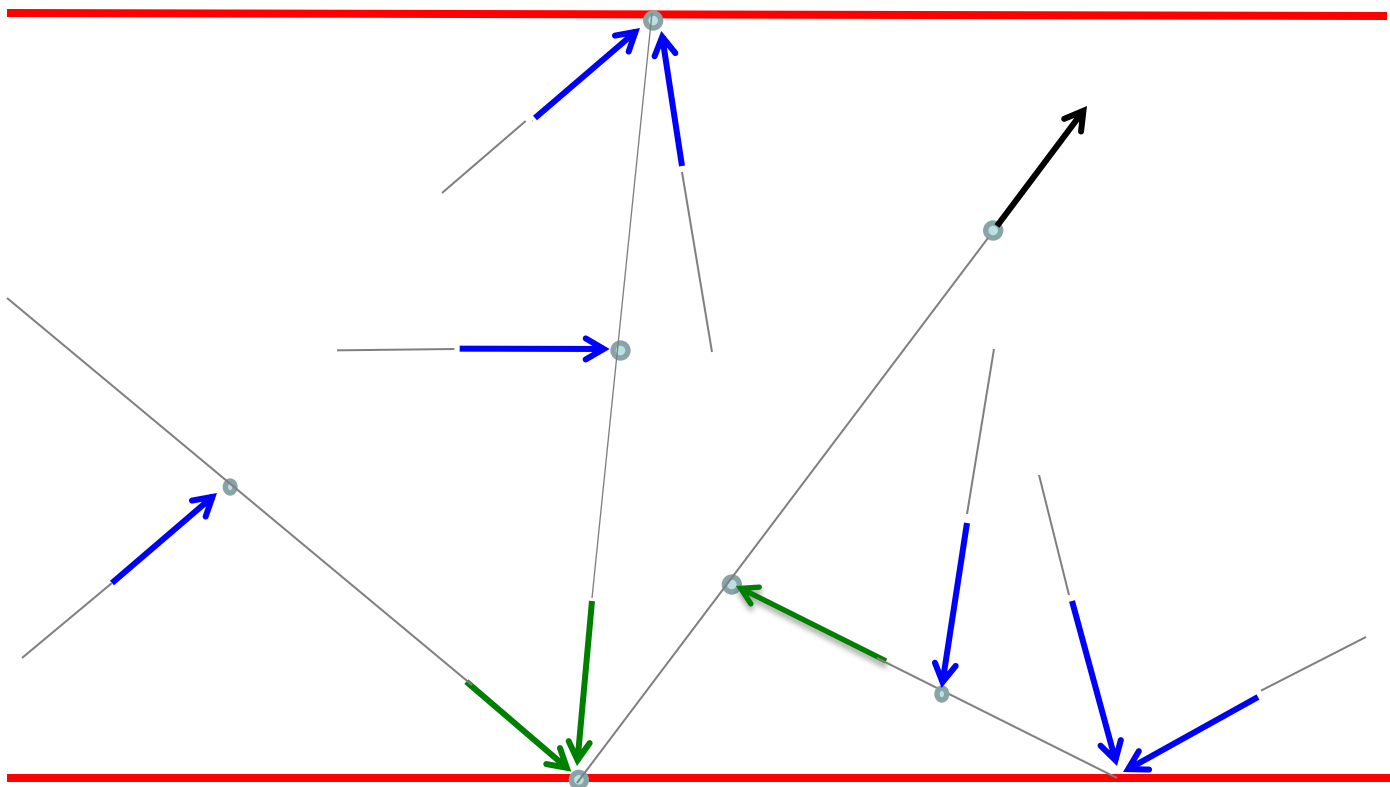
*Пусть выполняются неравенства  $\|B\| < 1$  и  $\lambda < 1$ , тогда существует единственное решение задачи (1),(2), которое представляется в виде ряда Неймана*

$$I(z, \nu) = \sum_{k=0}^{\infty} (T^k I_0)(z, \nu), \quad (9)$$

$$I_0(z, \nu) = \exp\left(-\frac{z - \xi(\nu)}{\nu}\right) h(\xi(\nu)) + (1 - \lambda)(A\Theta^4)(z, \nu),$$

*сходящегося в норме  $C_b(X)$ .*

# Схема генерации траектории метода Монте-Карло



## Сложности при реализации метода Монте-Карло:

1. Вычислительная неустойчивость. Для повышения устойчивости требуется генерация большого (до 10000) числа траекторий.
2. Медленная сходимость итерационной процедуры (для высоких температур).
3. Число точек в каждой траектории возрастает как сумма геометрического ряда с основанием 3. Так, при  $N = 14$  число точек в отдельной траектории равно 7174452.



## Пути параллелизации вычислительного процесса :

1. Вычисление температуры в точках слоя выполнять в отдельных (параллельных) процессах
2. Генерацию траекторий метода Монте-Карло выполнять в отдельных (параллельных) процессах.

**Таблица 1.** Ускорение времени выполнения 10 шагов итерационного алгоритма при распараллеливании по точкам слоя.

<b>Количество узлов</b>	<b>Время выполнения (мс)</b>	<b>Ускорение</b>
1	11914080	
2	5954700	2,00
4	3003840	3,97
8	1513550	7,87
16	760690	15,66
32	381900	31,20

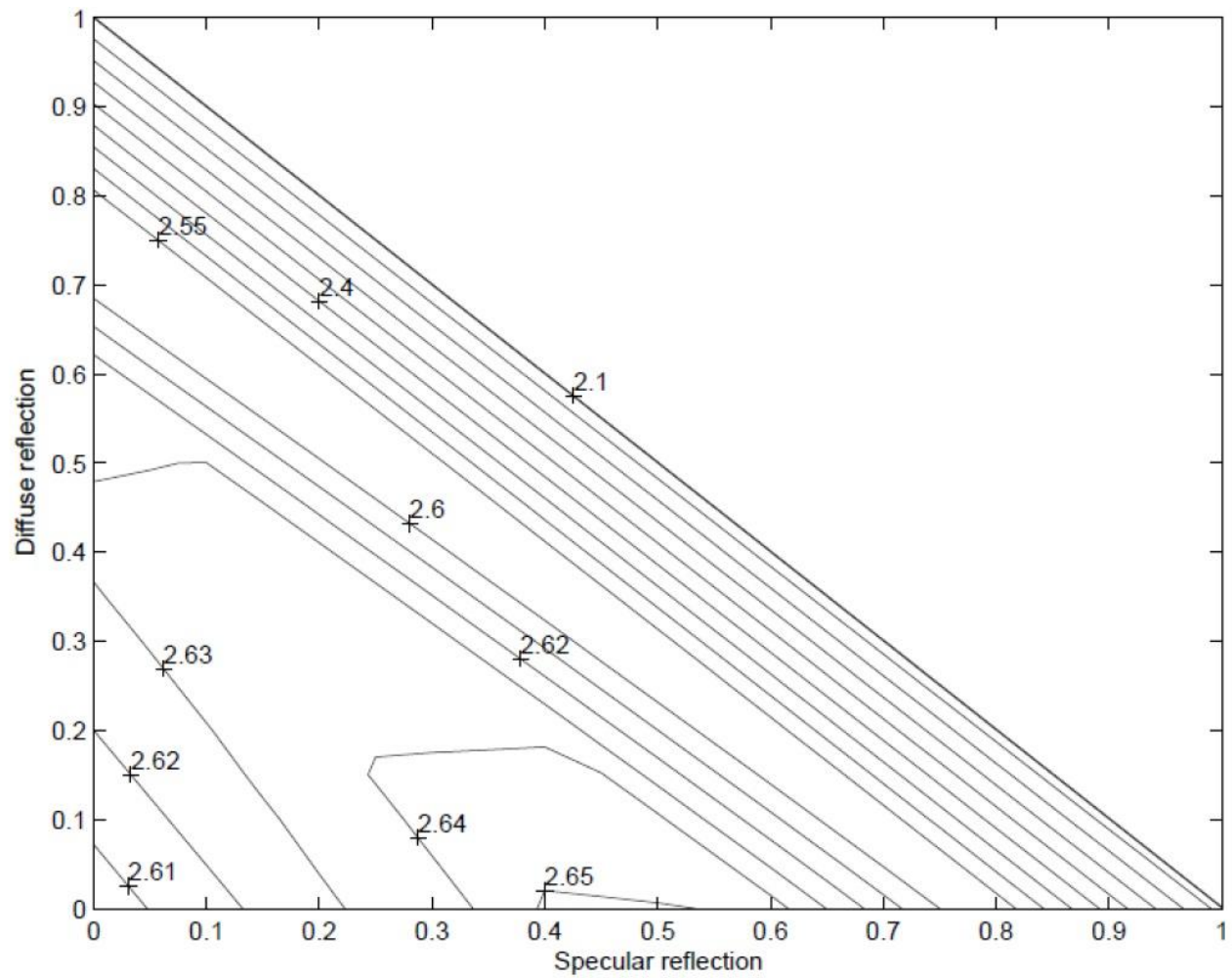
**Таблица 2.** Ускорение времени выполнения 10 шагов итерационного алгоритма при параллелизации по траекториям метода Монте-Карло

<b>Количество узлов</b>	<b>Время выполнения (мс)</b>	<b>Ускорение</b>
1	11914080	
2	6009780	1,98
4	3072630	3,88
8	1536630	7,75
16	761570	15,64
32	394970	30,16
64	196370	60,67

## Задача улучшения теплообмена:

Требуется определить значения коэффициентов  $\rho^s$ ,  $\rho^d$ ,  $0 \leq \rho^s + \rho^d < 1$ , обеспечивающих максимальное значение функции:

$$F(\rho^s, \rho^d) \equiv \int_{z_1}^{z_2} \Theta(z) dz \rightarrow \max, \quad 0 \leq \rho^s + \rho^d < 1.$$



**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!**